М.Ю. Посоховский, Д.Е. Гринева, Л.В. Орлова

ЭЛЕКТИВ

Интеграция алгебраического и геометрического методов решения алгебраических текстовых задач

Предпрофильная подготовка учащихся

8 - 9 классов по математике

ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ

"Интеграция алгебраического и геометрического методов решения алгебраических текстовых задач" для 8-9 классов в рамках предпрофильной подготовки.

Структура программы.

Программа является обучающей и содержит:

1. Пояснительную записку.

2. Цели курса.

3. Задачи курса.

4. Результаты обучения.

5. Содержание программы.

6. Примерное тематическое планирование.

7. Форма контроля.

8. Дидактические материалы для учителя.

9. Дидактические материалы для учащихся.

10. Литература.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В области обучения решению задач интеграция методов предполагает параллельное (на одном уроке) решение задачи разными методами (алгебраическими и геометрическими) или решение алгебраической задачи геометрическим методом, а геометрической задачи — алгебраическим методом. Средством интеграции могут служить специальные блоки задач, в которые входят как алгебраические, так и геометрические задачи.

Если за основу классификации алгебраических и геометрических методов принять систему знаний, на которых основан метод, то получим следующие методы.

**1. Алгебраические:** метод тождественных преобразований; метод уравнений и неравенств; функциональный метод; векторный метод; координатный метод.

**2. Геометрические** (ограничимся планиметрией): метод длин; метод треугольников; метод параллельных прямых; метод соотношений между сторонами и углами треугольника; метод четырехугольников; метод площадей; метод подобия треугольников; тригонометрический метод (метод, основанный на соотношениях между сторонами и углами треугольника, выраженными через тригонометрические функции); метод геометрических преобразований; графический метод (хотя данный метод изучается в курсе алгебры, но он основан на использовании геометрических представлений функций и связанных с ними законов геометрии).

Геометрический метод характеризуют как метод, идущий от наглядных представлений. Существенными признаками этого понятия являются геометрические (наглядные) представления и законы геометрии, в которых отражены свойства геометрических фигур.

Данный курс "Интеграция алгебраического и геометрического методов решения алгебраических текстовых задач" поддерживает изучение основного курса алгебры и способствует лучшему усвоению алгебраических методов решения текстовых задач. Познавательный материал курса, решение алгебраических текстовых задач геометрическими методами, способствует развитию устойчивого интереса учащихся к математике, выработке умений искать нестандартные способы решения задач и применять их в повседневной практике.

ЦЕЛИ КУРСА

**-** изучение текстовых алгебраических задач с геометрическим содержанием и геометрического метода решения текстовых алгебраических задач;

- сформировать у учащихся приёмы и способы решений текстовых алгебраических задач геометрическим методом;

- показать преимущества геометрического способа решения алгебраических задач, заключающиеся в его наглядности и изящности решения.

ЗАДАЧИ КУРСА

- ознакомить учащихся с текстовыми алгебраическими задачами с геометрическим содержанием, научить решать задачи более высокой, по сравнению с обязательным уровнем сложности;

- овладеть геометрическими методами решения алгебраических текстовых задач на движение;

- привить интерес к познавательной и проектной деятельности.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

- знать, уметь:

- решать алгебраические текстовые задачи с геометрическим содержанием;

- использовать геометрические методы решения алгебраических текстовых задач как при работе на уроках, так и при сдачи ОГЭ.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

**Тема 1.** Текстовые алгебраические задачи с геометрическим содержанием. Содержание задач. Методы и способы решения задач. Геометрический материал, используемый для решения задач. Способы оформления задач.

**Тема 2.** Текстовые алгебраические задачи на движение. Содержание задач. Алгебраический метод решения задач. **Геометрический метод решения задач с использованием построения графика движения и метода подобия треугольников.** Анализ и сравнение различных методов решения задач. Применение метода подобия при решении алгебраических задач, содержащихся в Открытом банке заданий ОГЭ ФИПИ.

**Тема 3.** Текстовые алгебраические задачи на движение. Содержание задач. Алгебраический метод решения задач. **Геометрический метод решения задач с использованием двумерной диаграммы (площадь одного или нескольких прямоугольников, стороны которого равны численным значениям рассматриваемых величин, а площадь прямоугольника изображает их произведение ).** Анализ и сравнение различных методов решения задач. Применение двумерной диаграммы при решении алгебраических задач, содержащихся в Открытом банке заданий ОГЭ ФИПИ.

**Тема 4.** Проектно-исследовательская деятельность. Выполнение мини проектов. Подготовка презентаций и защита проектов.

.

ПРИМЕРНОЕ ИЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № пп | Тема | Количество часов |
| 1. | Текстовые задачи с геометрическим содержанием. | 2 часа |
| 2. | Текстовые алгебраические задачи на движение. Алгебраический и геометрический методы решения. Метод подобия. | 3 часа |
| 3. | Текстовые алгебраические задачи на движение. Алгебраический и геометрический методы решения. Использование двумерной диаграммы. | 2 часа |
| 4. | Проектно-исследовательская деятельность. Выполнение мини проектов. Подготовка презентаций и защита проектов | 3 часа |

ФОРМЫ КОНТРОЛЯ

- проверка самостоятельно решенных задач;

ДИДАКТИЧЕКСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЗАНЯТИЙ

**Тема 1.**

Текстовые алгебраические задачи с геометрическим содержанием. Содержание задач. Методы и способы решения задач. Геометрический материал, используемый для решения задач. Способы оформления задач (2 часа).

**Цели:** Обобщить и систематизировать знания у учащихся по теме "Текстовые алгебраические задачи в школьном курсе математики", роль и место текстовых задач с геометрическим содержанием.

**Занятие 1.**

Роль текстовых алгебраических задач в школьном курсе математики . Классификация алгебраических задач. Используемые методы решения задач: арифметический и алгебраический. Различные способы решения: по действиям, с помощью линейного, квадратного или дробного рационального уравнения; с помощью систем уравнений. Роль и место текстовых алгебраических задач с геометрическим содержанием.

Задача 1.

Гипотенуза прямоугольного треугольника больше одного из его катетов на 6 см, а другой катет на 3 см больше первого. Найдите стороны треугольника .

Алгебраический метод решения задачи ( решение задачи на уроке алгебры).

Пусть х см - длина первого катета, тогда длина второго катета - (х + 3) см, а длина гипотенузы - (х + 6) см. Используя теорему Пифагора: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов, составим уравнение: . Решая уравнение, находим, что х = 9. Ответ: длины катетов 9 см и 12 см, длина гипотенузы - 15 см.

Решение этой задачи на уроке геометрии.

А Дано: АВС- прямоугольный треугольник,

АВ > ВС на 3 см, АС > ВС на 3 см.

Найти: АВ, АС, ВС.

С В Решение:

1) Пусть ВС = х см, тогда АС = (х + 3) см, АВ = (х + 6) см.

2) По теореме Пифагора, имеем: АВ2 = АС2 + ВС2 или

. Решая уравнение, находим х = 9. Тогда

ВС = 9 см, АС = 12 см, АВ = 15 см. Ответ: 9 см, 12 см, 15 м.

**Для решения задачи использовали: алгебраический метод (составление квадратного уравнения) и теорему Пифагора.**

**Решение задачи на уроке алгебры и геометрии отличается только оформлением.**

Задача 2.

Два угла равнобедренного треугольника пропорциональны числам 2 и 5. Найдите углы треугольника .

Арифметический метод решения задачи.

**Для решения задачи используем теорему о свойстве углов равнобедренного треугольника и теорему о сумме углов треугольника. В равнобедренном треугольнике углы при сновании равны. Сумма углов треугольника равна 1800.**

Пусть углы при основании пропорциональны числу 2, а угол при вершине пропорционален числу 5, тогда 2 + 2 + 5 = 9(частей) приходится на 1800, 1800 : 9 = 200 - приходится на 1 часть. Тогда углы треугольника равны 400, 400 и 1000.

Если углы при основании пропорциональны числу 5, а угол при вершине пропорционален числу 2, то 12 частей приходится на 1800, 150 - приходится на 1 часть. Тогда углы треугольника равны 750, 750 и 300.

Задача 3.

По наклонной плоскости длиной 6 м катятся два цилиндра, у одного из которых длина окружности равна 3 дм, а у другого 2 дм. Можно ли увеличить длины окружностей обоих цилиндров на одну и ту же величину так, чтобы на том же пути один из них сделал на 3 оборота больше другого?

Пусть на х дм хотят увеличить длину окружностей обоих цилиндров.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Цилиндры | Длина окружности, дм | Количество оборотов | Увеличенная длина окружности | Новое количество оборотов |
| Первый цилиндр | 3 |  | х + 3 |  |
| Второй цилиндр | 2 |  | х + 2 |  |

Составим уравнение: .

Решая уравнение находим, что х = 2. Ответ: Можно.

**Для решения задачи используем понятие прямой и обратной пропорциональной зависимостей. Чем больше радиус окружности, тем больше длина окружности, тем меньше оборотов сделает колесо при прохождении фиксированного расстояния.**

Задача 4.

Если число сторон выпуклого многоугольника удвоить, то число его диагоналей увеличится на 30. Найдите число сторон этого многоугольника

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Многоугольник | Число сторон | Число диагоналей |
| Первый многоугольник |  |  |
| Второй многоугольник |  |  |

Составим уравнение: .

Решением уравнения является . Ответ: 5

**Для решения задачи использовали формулу, выражающую зависимость количества диагоналей выпуклого многоугольника от числа его сторон и алгебраический метод решения задачи.**

**Занятие 2.**

**Решение более сложных текстовых алгебраических задач с геометрическим содержанием.**

1. Искусственный водоем имеет форму прямоугольника с разностью сторон 1 км. Два рыбака, находящиеся в одной вершине этого прямоугольника, одновременно отправились в пункт, расположенный в противоположной вершине. При этом один рыбак поплыл напрямик на лодке, а второй пошел пешком вдоль берега. Определите размеры водоема, если каждый рыбак передвигался со скоростью 4 км/ч и один из них прибыл к месту назначения на 30 мин раньше другого .

Геометрия помогает решить текстовую алгебраическую задачу.

Для наглядности сделаем рисунок.

А В

С D

Первый рыбак поплыл на лодке, его путь- SAD. Второй рыбак пошел пешком вдоль берега, его путь- SAB + SBD. По условию задачи сторона AB > BD на 1 км. Пусть BD = x км, тогда AB =( x + 1) км. Путь второго рыбака равен (2х + 1) км. **Используя теорему Пифагора,** найдем путь первого рыбака: . **Используем теорему о неравенстве треугольника: Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон, то есть AD < AB + BD,** сделаем вывод, что первый рыбак приплыл в пункт D раньше, чем второй рыбак пришел в пункт D. Так как, скорость каждого рыбака была 4 км/ч, то можно составить уравнение:

или

Размеры водоема 3 км и 4 км. Ответ: 3 км; 4 км.

**Для решения задачи использовали теорему Пифагора и теорему о неравенстве треугольника.**

2. На ровной горизонтальной площадке стоят две мачты на расстоянии 5 м друг от друга. на высоте 3,6 м от площадки к каждой мачте прикреплено по одному концу куска проволоки длиной 13 м. Проволока натянута в плоскости расположения мачт и прикреплена к площадке, как показано на рисунке 1. На каком расстоянии от ближайшей мачты находится точка прикрепления проволоки к площадке?

3,6 м

5м

рис.1

H В С

А D

M

Дано: CD= 3,6м, МD=5м. Найти: АМ

Решение.

1) **МВСD- прямоугольник**, следовательно МD=ВС=5м, С D=ВМ=AH= 3,6 м.

2).

3) По условию задачи АВ + АС = 13, то , .

4) **Используем метод площадей.**

Пусть АВ = х м, тогда АС = (13 - х) м

**По формуле Герона** , тогда

9 = или 3 = 2,

, х1 = 8,5; х2 = 4,5, то есть АВ = 4,5 м, АС = 8,5 м.

**По теореме Пифагора** найдем АМ = 2,7 м.

**Для решения задачи использовали: свойства прямоугольника, формулу для вычисления площади треугольника через сторону и высоту, проведенную к данной стороне, метод площадей, формулу Герона.**

3. Два судна движутся прямолинейно и равномерно в один и тот же порт. В начальный момент времени положения судов и порта образуют равносторонний треугольник, а после того как второе судно прошло 80 км - прямоугольный треугольник. В момент прибытия первого судна в порт, второму остается пройти 120 км. Найти расстояние между судами в начальный момент времени

А В

F

D

С

Решение.

**1) По условию задачи - равносторонний,** следовательно, АВ = АС = ВС = s; ˪ А = ˪ В = ˪ С = 600.

2) Обозначим скорость первого судна - - , - время, за которое второе судно прошло 80 км.

3) **По условию задачи 0, ˪ С = 600, тогда ˪ DFC = 300, следовательно, катет, лежащий против угла в 300, равен половине гипотенузы,** , BF = 80, FC= s - 80, DC =

4) Составим систему уравнений

5) Введем замену переменных: тогда, .

6) Система уравнений примет вид:

7) Перейдем к уравнению: или .

8) Решим квадратное уравнение, получим: .

9) По условию задачи .

10) Тогда s = 240 км. Ответ: 240 км.

**Для решения задачи использовали определение и свойства правильного треугольника, теорему о прямоугольном треугольнике с углом 300.**

**Тема 2.**

Текстовые алгебраические задачи на движение. Содержание задач. Алгебраический метод решения задач. **Геометрический метод решения задач с использованием построения графика движения и метода подобия треугольников.** Анализ и сравнение различных методов решения задач. Применение метода подобия при решении алгебраических задач, содержащихся в Открытом банке заданий ОГЭ ФИПИ.

**Цели:** сформировать у учащихся приёмы и способы решений текстовых алгебраических задач геометрическим методом; показать преимущества геометрического способа решения алгебраических задач, заключающиеся в его наглядности и изящности решения.

Занятие 3.

**Решение текстовых задач на движение геометрическими методами**

**1. Геометрия помогает решать задачи**

Часто при решении алгебраических задач оказывается полезным рисунок, иллюстрирующий условие задачи и его анализ с точки зрения геометрии.

Задача 1.

Из пунктов А и В, расстояние между которыми равно 290 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля, скорость одного из которых на 5 км/ч больше скорости другого. Через 2 ч автомобили оказались на расстоянии 20 км друг от друга. С какой скоростью ехал каждый автомобиль? Рассмотрите случаи: а) когда автомобили еще не встретились; б) когда они уже миновали место встречи

**Используем геометрию: Если точка делит отрезок на два отрезка, длина всего отрезка равна сумме длин этих двух отрезков.**

Рассмотрим первый случай.

Для наглядности сделаем рисунок.

А М N B

АВ = AM + MN + NB

Пусть , тогда АМ = 2(х + 5), MN = 20, NB = 2x.

Составим уравнение: 2(х + 5)+ 20 + 2x = 290, х = 65.

Ответ: 65 км/ч и 70 км/ч.

Рассмотрим второй случай.

AN = 2(x + 5), MN = 20, MB = 2x, NB = 2x - 20.

AN + NB = AB, 2(x + 5) + 2x - 20 = 290, x = 75.

Ответ: 75 км/ч и 80 км/ч.

Вывод: решение задачи с помощью рисунка более наглядно и понятно, особенно если рассматривать вторую ситуацию.

**2. Используем метод подобия при решении текстовых задач на движение.**

Задача 2.

По прямым параллельным путям АВ и СК, расстояние между которыми 120 м, равномерно движутся в противоположных направлениях два поезда: поезд № 1 по пути СК и поезд № 2 по пути АВ. Длина каждого из поездов равна 100 м. Стрелочник стоит неподвижно на расстоянии 40 м от ближайшего к нему пути СК. Поезд № 1 движется со скоростью 16 м/с и в течение 5 с загораживает от стрелочника часть поезда № 2. Определите скорость поезда № 2

А A1 M B1 В

K K1 M1 C1 C

S

Пусть х м/с - скорость поезда № 2, 16 ∙ 5 = 80 м проходит первый поезд за 5 с, SM = MM1 + SM1 = 120 + 40 = 160 м, K1C1 = 100 -80 = 20 м.

Из подобия треугольников SK1C1 и SA1B1 имеем или

, А1В1 = 80 м, но А1В1 = 5х - 100, значит х = 36.

Ответ: 36 м/с

**Для решения задачи использовали подобие треугольников по двум углам.**

**3. Для решения задачи используем построение графика прямолинейного движения и метод подобия.**

Задача 3.

Два пешехода вышли одновременно из своих сел А и В навстречу друг другу. После встречи первый шел 25 минут до села В, а второй шел 36 минут до села А. Сколько минут они шли до встречи?

**Алгебраический метод решения задачи.**

Пусть до встречи пешеходы шли х мин. тогда первый был в пути (х+25) мин, а второй (х + 36) мин. В минуту первый проходил а второй расстояния АВ, вместе они проходили в минуту расстояния АВ. Составим уравнение: или (2х + 61)х = (х + 25)(х - 36), х2= 900, х = 30. Ответ 30 мин.

**Геометрический метод решения с использованием графического.**

Для решения задачи построим схематически графики движения первого и второго пешехода.

1. Для этого введем систему координат:

- по оси абсцисс отложим время в минутах;

- по оси ординат - расстояние в километрах.

2. Введем обозначения:

- точки А и В - населенные пункты;

- моменту встречи пешеходов соответствует точка К;

- точка С соответствует прибытию одного пешехода в А;

- точка D соответствует прибытию другого пешехода в В.

3. Выполним дополнительные построения:

- проведем через точку К прямую, параллельную АВ, получим точки М и N.

4. Введем переменную:

- х час были в пути пешеходы до встречи.

5. - после встречи один пешеход прибыл в А через 25 мин;

- другой пешеход прибыл в пункт В через 36 минут.

s,км x N 25

А C

K

В x M 36 D t, мин

Решение.

1) - по двум углам; ˪ANM = ˪ KMD - прямые, ˪ AKN = ˪ DKM - вертикальные.

2) составим отношения сходственных сторон: .

3) - по двум углам.

4) .

5) тогда

Занятие 4.

Решение текстовых алгебраических задач методом подобия (продолжение)

Задача 4.

Из городов А и В навстречу друг другу одновременно вышли два поезда. Двигаясь без остановок с постоянной скоростью, они встретились чрез 30 ч после выхода. Сколько времени затратил на прохождение пути АВ каждый поезд, если известно, что первый прибыл в В на 25 часов позже, чем второй прибыл в А?

**Алгебраический метод решения.**

**Способ 1.** Решение задачи с помощью дробного рационального уравнения.

Пусть х ч - время прохода поезда из В в А, (х + 25) ч - время прохода поезда из А в В, тогда .

**Способ 2.** Способ составления системы уравнений.

Пусть х ч - время прохода поезда из А и В, у ч - время прохода поезда из В и А, тогда .

Составим систему уравнений:

Ответ: 50 ч; 75 ч.

**Геометрический метод решения.**

s 30 N х

В C

K

А 30 M х + 25 D t

Два поезда вышли навстречу из городов А и В и встретились через 30 ч после выхода. Построим графики движения первого и второго поездов: АС и ВD соответственно. Точка К – момент встречи поездов. По условию задачи NC = х, а MD = 25 +х. Из подобия треугольников ВKN и DKM имеем: , из подобия треугольников АКМ и СКN имеем , тогда , х2 +25х - 900 = 0, х = 20.

Тогда время в пути одного поезда 50 ч, а второго 30 + 20 + 25 = 75 ч.

Ответ: 50 ч и 75 ч.

**Задачу можно решить алгебраическим методом, при этом использовать два способа решения и геометрическим методом.**

**Для решения задачи геометрическим методом использовали признак подобия треугольников по двум углам.**

**Задача 5.**

Из пунктов А и В, расстояние между которыми 210 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Автомобиль, выехавший из пункта А прибыл в пункт В через 2 ч после встречи, а автомобиль, выехавший из В, прибыл в пункт А через полчаса после встречи. На каком расстоянии от пункта А произошла встреча?

**Алгебраический метод решения.**

Пусть скорость х км/ч - скорость поезда, выехавшего из А в В, и до встречи поезд прошел s км, тогда у км/ч - скорость поезда, выехавшего из В в А, и до встречи поезд прошел (210 - s) км.

Составим систему уравнений:

s = 70. Ответ: 70 км.

**Геометрический метод решения.**

s N 0,5 ч

А C

х

K

210-х

В M 2 ч D t

Решение.

AN = BM - время до встречи автомобилистов, NK = x - расстояние, которое проехал до встречи поезд. вышедший из А, MK=210 - x - расстояние, которое проехал до встречи поезд. вышедший из В.

*-* по двум углам.

.

Получили уравнение: = или s = 70. Ответ: 70 км.

**Для решения задачи использовали признак подобия треугольников по двум углам.**

Проанализируем задачи 3-5.

Задачи на встречное движение. Задачи относятся к повышенному уровню требований.

В задаче 3 известно время, за которое пешеходы дошли до городов, после встречи.

В задаче 4 известно время до встречи поездов и то, что один из поездов прибыл в пункт назначения на 25 ч быстрее, чем другой.

В задаче 5 известно расстояние между городами и время движения автомобилей до пунктов назначения после встречи.

При алгебраическом способе решения все три задачи имеют различные способы решения, задача 3 решена с помощью дробно-рационального уравнения, задача 4 решена с помощью системы двух уравнений и с помощью дробно-рационального уравнения, задача 5 решена с помощью системы из трех уравнений.

При геометрическом способе решения используется один и тот же рисунок, подобие одних и тех же треугольников, одни и те же пропорциональные отношения сторон ( катетов прямоугольных треугольников), только в этих отношениях известны или неизвестны различные члены пропорции.

**Сделали вывод: Решение таких задач геометрическим способом очень понятно, удобно и наглядно.**

**Занятие 5.**

**Применение метода подобия при решении алгебраических задач, содержащихся в Открытом банке заданий ОГЭ ФИПИ.**

Задача 6.

Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 40 мин раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 15 мин после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

**Алгебраический метод решения задачи.**

Пусть - скорость велосипедиста, примем расстояние между городами за 1. Мотоциклист и велосипедист встретились через 15 минут, то есть через 1/4 часа, после выезда, поэтому Мотоциклист прибыл в В на 40 минут раньше, чем велосипедист в А, откуда Получаем систему уравнений.

Скорость велосипедиста равна 1, тогда время, затраченное на путь равно 1 ч.

Ответ: 1ч

**Геометрический метод решения.**

s 15 N х

В C

х

K

15

А M х + 40 D t

BN = AV=15- время до встречи поездов, NC =x - время. через которое мотоциклист прибыл в В после встречи, MD =x + 40 - время, через которое прибыл велосипедист в пункт А после встречи.

*-* по двум углам, из подобия треугольников

Через 5 минут после встречи мотоциклист приедет в В, а велосипедист будет в пути 15 + 5 + 40 = 60 мин = 1 ч.

Ответ: 1ч

**Занятие 6-7**

**Использование двумерной диаграммы для решения задач на движение.**

**Рассмотрим двумерную диаграмму - это площадь одного или нескольких прямоугольников, стороны которого равны численным значениям рассматриваемых величин, а площадь прямоугольника изображает их произведение ()**

ТЕОРЕМА

Если через произвольную точку Е диагонали АС прямоугольника АВСD проведены прямые FMǁAB и HKǁAD, то:

1) Образовавшиеся при этом прямоугольники HDME и FEKD равновелики;

2) Прямоугольники ABMF и AHKD тоже равновелики;

3) Отрезки FH, DB, KM параллельны.

D K C

F M

E

A H B

Доказательство.

1. FMǁAB, следовательно - прямоугольные, ˪AFE = ˪EMC=900.

2. , ˪AFE = ˪EMC=900, ˪FEA= ˪MEC - вертикальные.

3. , тогда

**Используем материал для решения алгебраической задачи.**

Задача 1.

Мотоциклист проехал от села до озера 60 км. На обратном пути он уменьшил скорость на 10 км/ч и поэтому израсходовал времени на 0,3 ч больше.

Сколько времени затратил мотоциклист на обратный путь?

**Алгебраический метод решения задачи.**

Пусть х км/ч - скорость мотоциклиста при поездке от села до озера, тогда - он потратил времени на движение от села до озера. На обратном пути скорость мотоциклиста стала - (х - 10) км/ч, а время - ч. Так как на обратный путь он затратил времени на 0,3 часа больше, то составим уравнение.

60 : 50 + 0,3 = 1,5(ч) - потратил мотоциклист на обратный путь.

Ответ: 1,5 ч

**Геометрический метод решения задачи.**

Пусть мотоциклист проехал от села до озера 60 км со скоростью ч. Тогда Пусть АF =, SABMF = -путь от села до озера

D C

F M

E

A H B

На обратном пути мотоциклист уменьшил скорость на 10 км/ч, и израсходовал времени на 0,3 ч больше. Тогда HB = 10, FD = 0,3, АH = FE =

Так как, прямоугольники HEMB и FMCD равновелики, то SHEMB= SFMCD или

1,2 + 0,3=1,5 (ч) затратил мотоциклист на обратный путь.

Рассмотрим задачу.

Сайт "Решу ОГЭ": математика. Обучающая система Дмитрия Гущина. ОГЭ - 2017: задания. ответы. решения.

Задача 338 972.

Задача 2.

Два ав­то­мо­би­ля од­но­вре­мен­но от­прав­ля­ют­ся в 240-ки­ло­мет­ро­вый про­бег. Пер­вый едет со ско­ро­стью, на 20 км/ч боль­шей, чем вто­рой, и при­бы­ва­ет к фи­ни­шу на 1 ч рань­ше вто­ро­го. Най­ди­те ско­рость пер­во­го ав­то­мо­би­ля .

**Алгебраический метод решения задачи.**

Пусть х км/ч - скорость первого автомобиля, а (х - 20) км/ч - скорость второго автомобиля, тогда первый автомобиль был в пути Так как первый прибывает к финишу раньше на 2 часа. то составим уравнение:

.

Ответ: 80 км/ч

**Геометрический метод решения задачи**

K F

N

В С

А D

M

Пусть скорость первого автомобиля ч. Тогда или АВ =, SABCD = .

Скорость второго автомобиля на 20 км/ч меньше, поэтому он прибыл к финишу на 2 ч позже. Тогда MD = 20, ВК = 2, АМ = BN =

Так как, прямоугольники MNCD и BKFN равновелики, то SMNCD= SBKFN или

.

240 : 3 = 80

Ответ: 80 км/ч

Задача 3.

Товарный поезд был задержан в пути на 12 мин, а затем на расстоянии 60 км наверстал потерянное время, увеличив скорость на 15 км/ч. Найти первоначальную скорость поезда .

**Алгебраический метод решения задачи.**

Пусть х км/ч - скорость поезда до задержки в пути, а (х + 15) км/ч - скорость поезда после задержки. Тогда в пути после задержки поезда. Так как поезд был задержан на 12 мин = , то составим уравнение:

Ответ: 60 км/ч

**Геометрический метод решения задачи**

K F

N

В С

А D

M

Пусть , АМ = , АК = , тогда MD = 15, BK = , АВ = Так как, прямоугольники MNCD и BKFN равновелики, то SMNCD= SBKFN  или

60 : 1 = 60 км/ч - первоначальная скорость поезда.

Ответ: 60 км/ч

Занятие 8-10.

**Тема 4.** Проектно-исследовательская деятельность.

Применение геометрических методов для решения текстовых алгебраических задач. Выполнение мини проектов. подготовка презентаций и защита проектов.

Цели: привить интерес к познавательной и проектной деятельности.

Учащимся предлагается самостоятельно выполнить мини проекты. Исследовать возможность применения изученных методов решения для текстовых алгебраических задач другой классификации, например, на совместную работу. Принимаются любые проекты по исследованию решения текстовых алгебраических задач геометрическими методами или текстовые алгебраические задачи с геометрическим содержанием с оригинальным способом решения.

На занятиях проверяется и корректируется отобранный материал, правильность решения. Обсуждается оформление презентации. производится защита проекта.

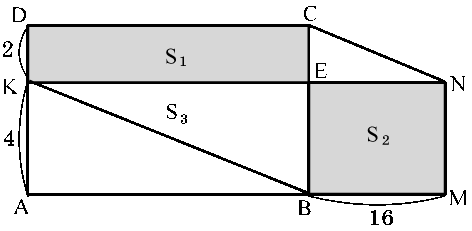
Примеры проектных исследований.

**Использовать двумерную диаграмму можно при решении задач, в которых находится произведение двух величин, например: ,** (работа = производительность ∙ время работы)

Задача 1.

Бригада лесорубов ежедневно перевыполняла норму на 16 м3, поэтому недельную норму (шесть рабочих дней) она выполнила за четыре дня. Сколько кубометров леса заготовляла бригада в день?

В задаче рассматривается произведение двух величин (A = p·n).

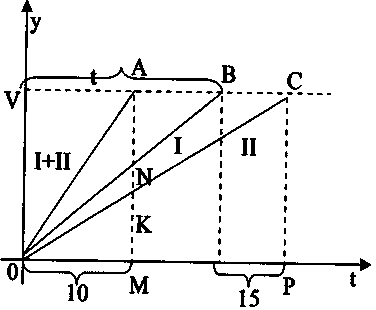
*Р**ешение:* Пусть SABCD определяет недельную норму бригады лесорубов. AB — производительность (м3) бригады в день по плану; AD — количество дней; SAMNK — объем работы, выполненный бригадой за четыре дня.

SAMNK = SABCD = S; S1 = S2, так как S1 + S3 = S2 + S3. S1 = 2KE, S2 = =16·4 = 64, значит2KE = 64, тогда KE = 32. AB = KE = 32, AM = AB + BM = 32 + 16 = 48.

*Ответ:* Бригада заготовляла в день 48 м3 леса

Задача 2.

На двух копировальных машинах, работающих одновременно, можно сделать копию пакета документов за 10 мин. За какое время можно выполнить эту работу на каждой машине в отдельности, если известно, что на первой её можно сделать на 15 мин. быстрее, чем на второй?



**Решение:** На оси абсцисс откладываем время работы копировальных машин в минутах (рис). Обе машины, работая вместе, сделают копию за 10 мин. (ОМ=10). Тогда одной первой для этого понадобится t мин, а одной второй – (t+15) мин. Положение точки V на оси ординат соответствует объёму работы, которую необходимо выполнить.

Так как объём работы прямо пропорционален затраченному времени, то график работы копировальных машин представляют собой отрезки: ОВ – график работы первой, ОС – график работы второй, ОА – график совместной работы.

Рассмотрим две пары подобных треугольников

Покажем, что AN=KM. За 10 мин. первая машина выполнит часть работы, соответствующую отрезку NM (AN – отрезок работы, который выполнит вторая машина). Но за 10 мин. Вторая машина выполнит часть работы, соответствующую MK. Поэтому AN=KM. Учитывая это равенство и то, что CP=VO, получаем hello_html_m3836a63d.png = hello_html_m299a8bc5.png. Из пропорций (1) и (2) получаем соотношение:hello_html_m31a05bba.png = hello_html_407443e0.png, из которого легко перейти к уравнению hello_html_64999977.png = hello_html_528b6d5b.png

Решая это уравнение, находим положительный корень t = 15. Таким образом, первая машина сделает копию пакета документов за 15 мин, а вторая – 30 мин.

Ответ: 15 мин, 30 мин.

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРАЛЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

Тема 1.

Занятие 1.

**Дополнительные задачи и задачи для домашней работы:**

1. Найдите периметр прямоугольного треугольника, длина которого на 4 см больше ширины, а площадь равна 60 см2.

2. Огородный участок, имеющий форму прямоугольника, одна сторона которого на 10 м больше другой, требуется обнести изгородью. Определите длину изгороди, если известно. что площадь участка равна 1200 м2 .

3. Периметр прямоугольника равен 62 м. Найдите его стороны, если площадь прямоугольника равна 210 м2 .

4. Найдите катеты прямоугольного треугольника, если известно, что их сумма равна 23 см, а площадь данного треугольника равна 60 см2.

5. От прямоугольного листа картона длиной 26 см отрезали с двух сторон квадраты, сторона каждого из которых равна ширине листа. Площадь оставшейся части равна 80 см2. Найдите ширину листа картона. Покажите, что задача имеет два решения, и для каждого случая сделайте чертеж ( в масштабе 1 : 2).

6. От прямоугольного листа картона. длина которого равна 60 см, а ширина - 40 см, отрезали по углам равные квадраты и из оставшейся части склеили открытую коробку. Найдите сторону квадрата, если известно, что площадь основания коробки равна 800 см2.

7. В прямоугольнике одна сторона равна 9 см. найдите его диагональ, если она больше второй стороны прямоугольника в 2 раза .

8. В равнобедренной трапеции большее основание равно 8 см. Площадь трапеции равна 20 см2, а меньшее основание в 2 раза меньше высоты трапеции. найдите ее боковую сторону .

9. Одна из диагоналей ромба в 0,75 раза больше другой. Площадь ромба равна 96 см2. Найдите сторону ромба .

10. Площадь прямоугольника равна 72 см2, а его периметр равен 36 см. Найдите стороны прямоугольника .

11. Квадрат, площадь которого равна 961 см2, разбит на два прямоугольника. Ширина одного из них на 3 см больше ширины другого. найдите периметр каждого прямоугольника

12. Один из углов треугольника в 2 раза больше второго, а третий угол больше первого на 300. Каковы углы треугольника

13. Две стороны равнобедренного треугольника пропорциональны числам 6 и 8, а его периметр равен 440 см. Найдите стороны треугольника

Занятие 2.

**Дополнительные задачи и задачи для домашней работы:**

1. Из порта одновременно вышли два теплохода, причем один из них пошел на юг, а другой на восток. Через 2 ч расстояние между ними составило 174 км. Найти среднюю скорость каждого теплохода, если известно, что один из них в среднем за каждый час проходил на 3 км больше, чем второй

2. Имеется лист жести в форме прямоугольника, у которого отношение длины к ширине равно 2:1. Из этого листа изготовлена открытая сверху коробка таким образом, что по углам листа вырезано по квадрату со стороной 3 см и получившиеся края загнуты. Определите размеры листа жести, если объем коробки оказался равным 168 см3Ответ: 10см, 20 см.

3. Фотокарточка размерами 12 × 18 см вставлена в рамку постоянной ширины. Определить ширину рамки, если ее площадь равна площади самой карточки 3 см.

4. Длина прямоугольника на 2 м больше его ширины. Если длину увеличить на 3 м, а его длину на 8 м, то площадь увеличится в 3 раза. Найдите стороны прямоугольника

5. Радиус одной из двух окружностей, имеющих общий центр, на 5 см больше радиуса другой. площадь кольца, заключенного между этими окружностями, составляет 1,25 площади малого круга. Найдите разности окружностей

6. Сколько вершин имеет выпуклый многоугольник, в котором диагоналей на 25 больше, чем сторон?

7. Переднее колесо движущейся модели на протяжении 120 м делает на 6 оборотов больше, чем заднее. если окружность переднего колеса увеличить на 1/4 ее длины, а окружность заднего - на 1/5 ее длины, то на том же расстоянии переднее колесо сделает на 4 оборота больше, чем заднее. Найти длины окружностей переднего и заднего колес

Тема 2.

Занятия 3 - 5

**Дополнительные задачи и задачи для домашней работы.**

7. Две старушки вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов. Они встретились в полдень и достигли чужого города: первая в 4 ч пополудни, а вторая в 9 ч. Узнайте, когда они вышли из своих городов? Ответ: в старушки вышли из своих городов 6 ч утра

8. Из пунктов А и В расстояние между которыми 6 км, одновременно вышли навстречу друг другу два пешехода. после их встречи пешеход, шедший из А, пришел в В через 24 мин, а шедший из В пришел в А через 54 мин. На каком расстоянии от пункта А встретились пешеходы? Ответ: 3,6 км

9. Турист и велосипедист одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов А и В. Они встретились через 1,5 часа, после чего каждый продолжил движение в своем направлении. Велосипедист прибыл в пункт А через 2 ч после выезда из В. За какое время прошел путь от А до В турист?

10. Пешеход и велосипедист отправляются одновременно навстречу друг другу из городов А и , расстояние между которыми 40 км. и встречаются спустя 2 ч после отправления. Затем они продолжают путь, причем велосипедист прибывает в А на 7 ч 30 мин раньше, чем пешеход в В. Найти скорости пешехода и велосипедиста. полагая, что они все время оставались неизменными Ответ: 4 и 16 км/ч.

11. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 2 ч раньше, чем велосипедист в А, а встретились они через 45 мин после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Задачи открытого банка ФИПИ

12. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 40 минут рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 15 минут после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

13. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 48 минут рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 18 минут после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

14. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 56 минут рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 21 ми­ну­ту после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

15. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 30 минут рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 20 минут после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

16. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 42 ми­ну­ты рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 28 минут после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

17. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 33 ми­ну­ты рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 22 ми­ну­ты после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

18. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 39 минут рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 26 минут после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

19. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 45 минут рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 12 минут после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

20. Из го­ро­дов А и В нав­стре­чу друг другу од­но­вре­мен­но вы­еха­ли мо­то­цик­лист и ве­ло­си­пе­дист. Мо­то­цик­лист при­е­хал в В на 36 минут рань­ше, чем ве­ло­си­пе­дист при­е­хал в А, а встре­ти­лись они через 24 ми­ну­ты после вы­ез­да. Сколь­ко часов за­тра­тил на путь из В в А ве­ло­си­пе­дист?

Тема 3.

Занятия6-7

**Дополнительные задачи и задачи для домашней работы.**

4. Мотоциклист задержался у шлагбаума на 24 мин. Увеличив после этого свою скорость на 10 км/ч, он наверстал опоздание на перегоне 80 км. Определить скорость мотоциклиста до задержки. Ответ: 40 км/ч .

Задачи открытого банка ФИПИ

5. Два ав­то­мо­би­ля од­но­вре­мен­но от­прав­ля­ют­ся в 420-ки­ло­мет­ро­вый про­бег. Пер­вый едет со ско­ро­стью, на 24 км/ч боль­шей, чем вто­рой, и при­бы­ва­ет к фи­ни­шу на 2 ч рань­ше вто­ро­го. Най­ди­те ско­рость пер­во­го ав­то­мо­би­ля.

6. Два ав­то­мо­би­ля од­но­вре­мен­но от­прав­ля­ют­ся в 780-ки­ло­мет­ро­вый про­бег. Пер­вый едет со ско­ро­стью, на 13 км/ч боль­шей, чем вто­рой, и при­бы­ва­ет к фи­ни­шу на 2 ч рань­ше вто­ро­го. Най­ди­те ско­рость пер­во­го ав­то­мо­би­ля. Номер в банке ФИПИ: 0BDAE67B922699044865EB1773AEEB7C

7. Два ав­то­мо­би­ля од­но­вре­мен­но от­прав­ля­ют­ся в 720-ки­ло­мет­ро­вый про­бег. Пер­вый едет со ско­ро­стью, на 30 км/ч боль­шей, чем вто­рой, и при­бы­ва­ет к фи­ни­шу на 4 ч рань­ше вто­ро­го. Най­ди­те ско­рость пер­во­го ав­то­мо­би­ля.

Номер в банке ФИПИ: 0D8A6DEA7ACE91064454644A27FFD54B

8. Два ав­то­мо­би­ля од­но­вре­мен­но от­прав­ля­ют­ся в 840-ки­ло­мет­ро­вый про­бег. Пер­вый едет со ско­ро­стью на 4 км/ч боль­шей, чем вто­рой, и при­бы­ва­ет   
к фи­ни­шу на 1 ч рань­ше вто­ро­го. Най­ди­те ско­рость пер­во­го ав­то­мо­би­ля.

Номер в банке ФИПИ: 15759516748F9A014954074088CA82BA

Литература.

1. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений; под редакцией С.А. Теляковского, М.:, Просвещение, 2011. - 271 с.

2. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений (для углубленного изучения алгебры).М.: Мнемозина,2010. - 384с.

3. Л.И. Звавич, Д.И. Аверьянов, Б.П. Пигарев, Т.Н. Трушанина. Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9 классе. М.: Просвещение, 1994. - 96с.

4. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 1994. - 271 с.

5. В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А. Кордемский. Сборник задач по математике для поступающих во втузы; под редакцией М.И. Сканави, - Мн., Высшая школа, 1990. - 528с.

6. А.П. Ершова, В.В. Голобородько, А.Ф. Крижановский. Тетрадь-конспект по геометрии для 7 класса. - М.:- Илекса, 2007.-96с.

7. А.П. Ершова, В.В. Голобородько, А.Ф. Крижановский. Тетрадь-конспект по геометрии для 8 класса. - М.:- Илекса, 2009.-128с.

8. А.В. Шевкин. Текстовые задачи в школьном курсе математики: Лекции 5-8.-М.: Педагогический университет "Первое сентября", 2006.-80с.

9. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений (для углубленного изучения алгебры).М.: Мнемозина,2008. - 335с.

10. С.А. Шестаков, Д.Д. Гущин. ЕГЭ 2012. Математика. Задача В13. Задачи на составление уравнений. Рабочая тетрадь /Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. - М.: МЦНМО, 2012.- 64с.

11. Н.А. Терешин, Т.Н. Терешина. Сборник задач и примеров по алгебре. 7 - 9 класс./К.: ГИППВ, 1998. - 288с.

12. И.Е. Феоктистов. Алгебра. 8 класс. Дидактические материалы. М.: Мнемозина, 2013. - 173с.

13. https://oge.sdamgia.ru/test?theme=22

14. fipi.ru

15. <https://infourok.ru/material.html?mid=168018>